

Besisukančio skenavimo atominės jėgos mikroskopo valdymas

Viktor Novičenko

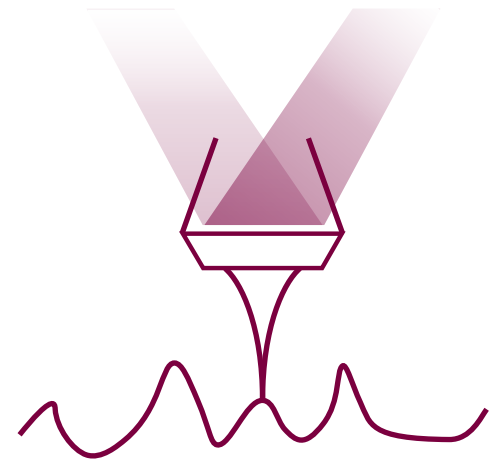
2026 kovas, Vilnius



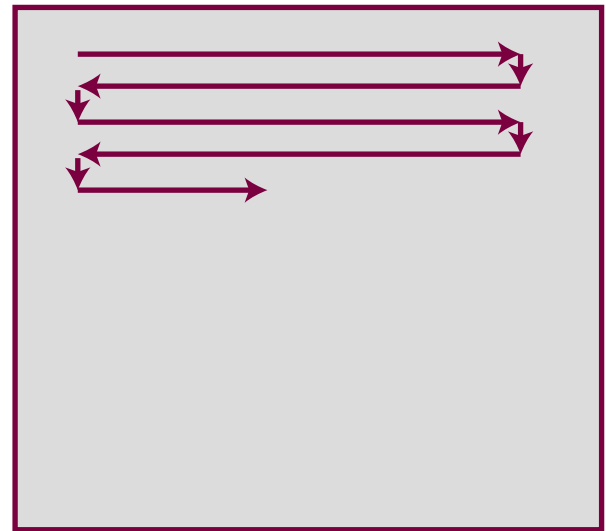
**Vilnius
University**

Atominės jėgos mikroskopo veikimo principas

Labai aštri adata (užaštrinta iki keleto atomų ant pačio smaigalio) braukdama per paviršių atsilenkinėja priklausomai nuo paviršiaus reljefo. Adatos atsilenkimus matuojame šviesdami su lazeriu ant adatos galvutės viršaus ir fiksuodami atsispindėjusį spindulį.



Dažniausiai adata vaikšto per bandinį “gyvatėle” (raster scanning). Toks skenavimas reikalauja precizinio ir lėto adatos stumdymo per bandinį. Pavyzdžiui judėjimai į kairę ir į dešinę turi būti vienodo ilgio, o judėjimas žemyn turi būti atliktas labai mažu žingsniu. Tai ilgina skenavimo laiką bei mažina skenavimo plotą.

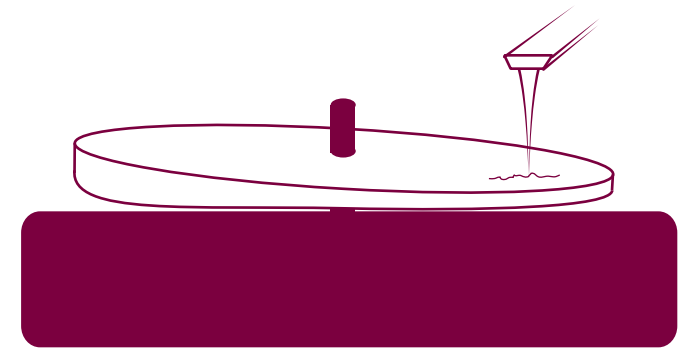


Besisukančio skenavimo mikroskopo veikimo principas

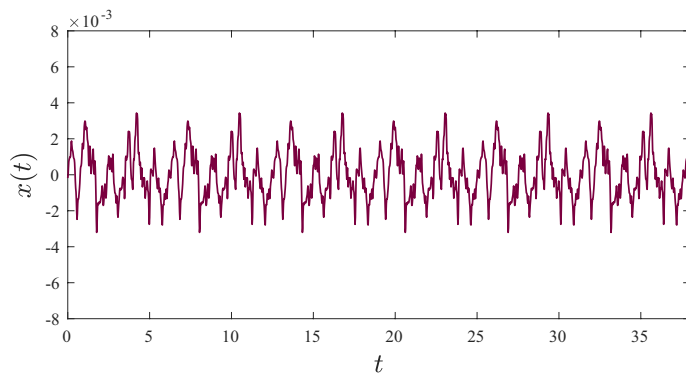
Straipsnyje [A. Ulčinas and Š. Vaitekonis: Rotational scanning atomic force microscopy, *Nanotechnology* **28(10)** (2017)] autoriai pasiūlė greitą skenavimo būdą sukanč bandinį ant padėklo. Toks skenavimas primena patefono veikimą.



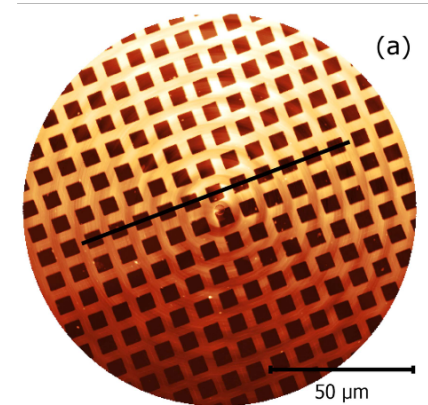
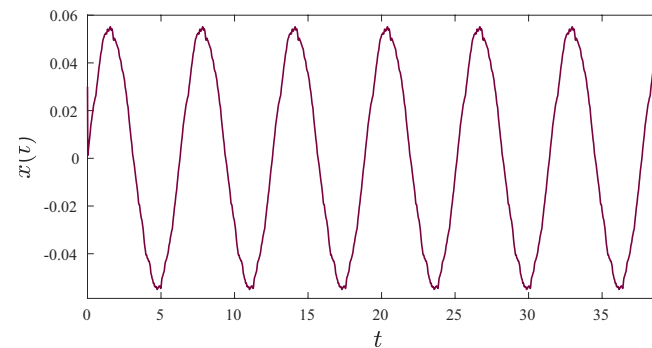
Tačiau bandinys visada bus pasviręs atžvilgiu adatelės galvutės. Todėl skenavimo metu bus matuojama pirma parazitinė harmonika, kuri neneša jokios naudingos informacijos. Be to, pirmos harmonikos indėlis į matuojamą signalą bus tuo didesnis, kuo toliau esame nuo sukimo centro (kuo didesnę plotą norime išmatuoti).



Norim išmatuoti:



Realiai matuojame:



Valdiklis kompensuojantis pirmą harmoniką matuojamame signale

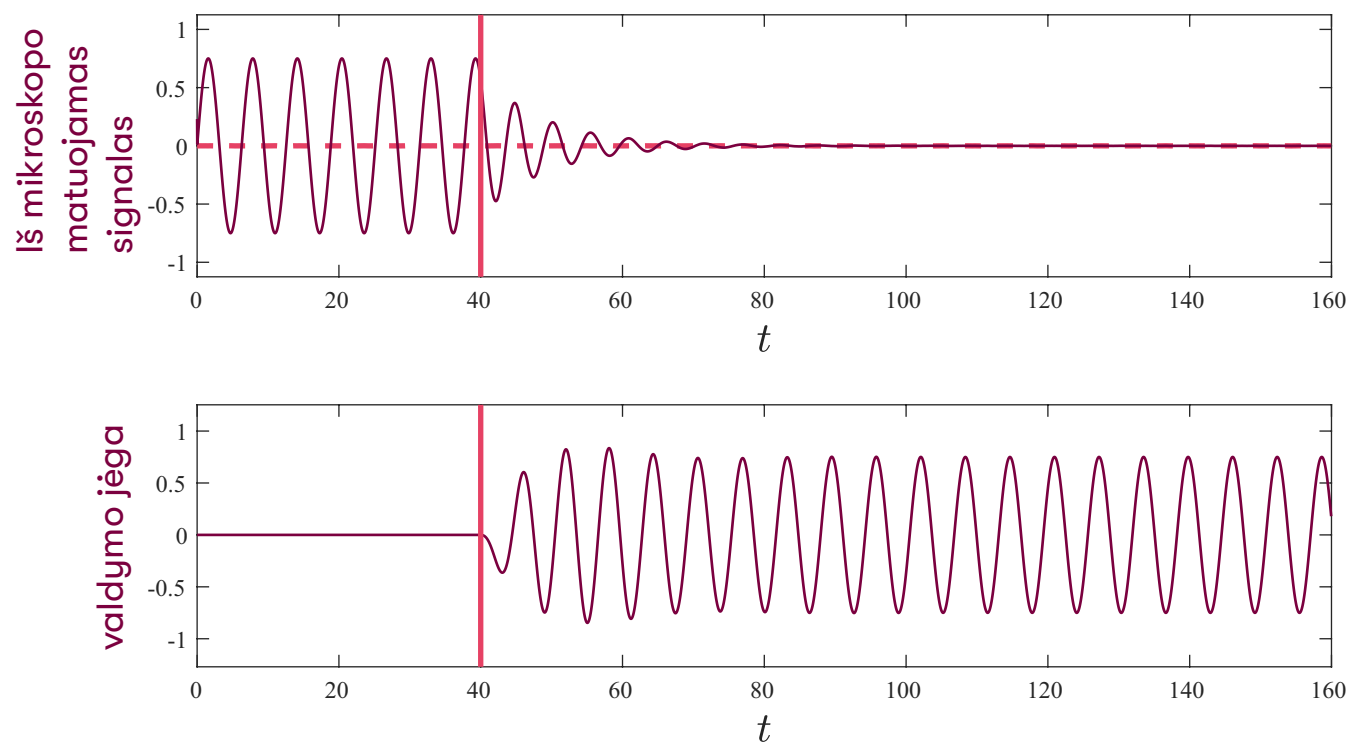
Kartu su sukimu galime bandinį kilnoti aukštyn-žemyn, kad išeliminuoti parazitinę pirmą harmoniką signale. Tačiau čia atsiranda kita problema - delsa, kurią sudaro trys dedamosios: signalas iš mikroskopo į kontrolerį ateina ne akimirksniu, kontrolerio perskaičiavimas taip pat kažkiek užtrunka, galiausiai aukštyn-žemyn kilnojančio varikliuko reakcijos laikas nėra akimirksninis. Delsa šiuose procesuose yra esminė: jos neįmanoma visiškai panaikinti. Be to ji nėra iš anksto žinoma, ir ji gali keistis priklausomai nuo pvz. temperatūros, drėgmės ir t.t.

Valdiklis kompensuojantis pirmą harmoniką matuojamame signale

Kartu su sukimu galime bandinį kilnoti aukštyn-žemyn, kad išeliminuoti parazitinę pirmą harmoniką signale. Tačiau čia atsiranda kita problema - delsa, kurią sudaro trys dedamosios: signalas iš mikroskopo į kontrolerį ateina ne akimirksniu, kontrolerio perskaičiavimas taip pat kažkiek užtrunka, galiausiai aukštyn-žemyn kilnojančio varikliuko reakcijos laikas nėra akimirksninis. Delsa šiuose procesuose yra esminė: jos neįmanoma visiškai panaikinti. Be to ji nėra iš anksto žinoma, ir ji gali keistis priklausomai nuo pvz.

temperatūros, drėgmės ir t.t.

$$\tau/T = 0.2; \gamma = 2000; \alpha = 0.1; \beta = -0.1$$



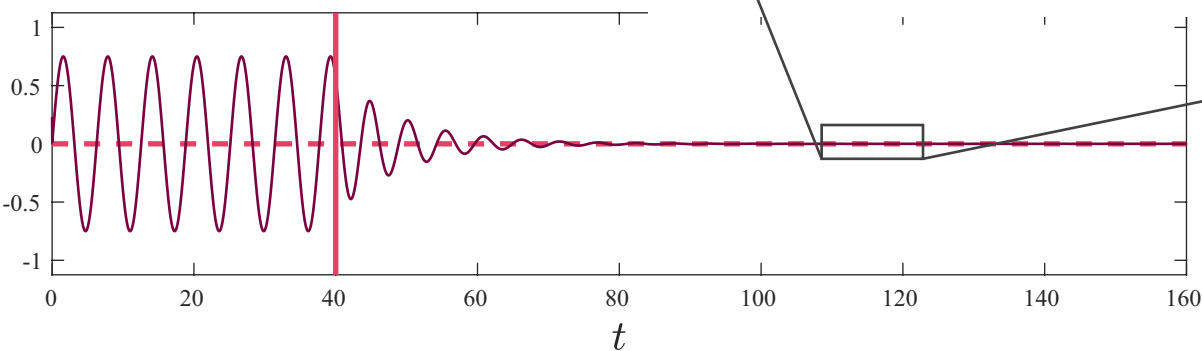
Mano algoritmas geba automatiškai detektuoti kokią kilnojimo aukštyn-žemyn jėgą reikia pritaikyti, kad išėjimo signale nebeliktų pirmos harmonikos. Čia pavaizduota skaitmeninė algoritmo realizacija.

Valdiklis kompensuojantis pirmą harmoniką matuojamame signale

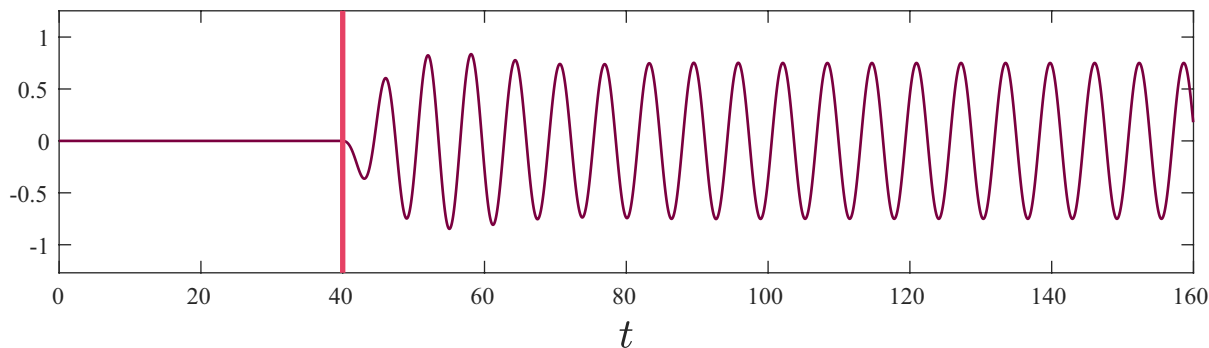
Kartu su sukimu galime bandinį kil harmoniką signale. Tačiau čia atsi dedamosios: signalas iš mikroskopo perskaičiavimas taip pat kažkiek u reakcijos laikas nėra akimirksninis. visiškai panaikinti. Be to ji nėra iš c temperatūros drėgmės ir t t

$$\tau/T = 0.2; \gamma = 2000; c$$

Iš mikroskopo
matuojamas
signalas



valdymo jėga



Mano algoritmas geba automatiškai detektuoti kokią kilnojimo aukštyn-žemyn jėgą reikia pritaikyti, kad išėjimo signale nebeliktų pirmos harmonikos. Čia pavaizduota skaitmeninė algoritmo realizacija.

Matematinis problemos formulavimas

Adatelės judėjimo lygtis:

$$\dot{x}(t) = -\gamma x(t) + \sum_{j=0}^{+\infty} A_j \sin(j\omega t + \varphi_j)$$

$$\omega = 30 \div 50 \text{ Hz}$$

$$\gamma \approx 100 \text{ kHz}$$

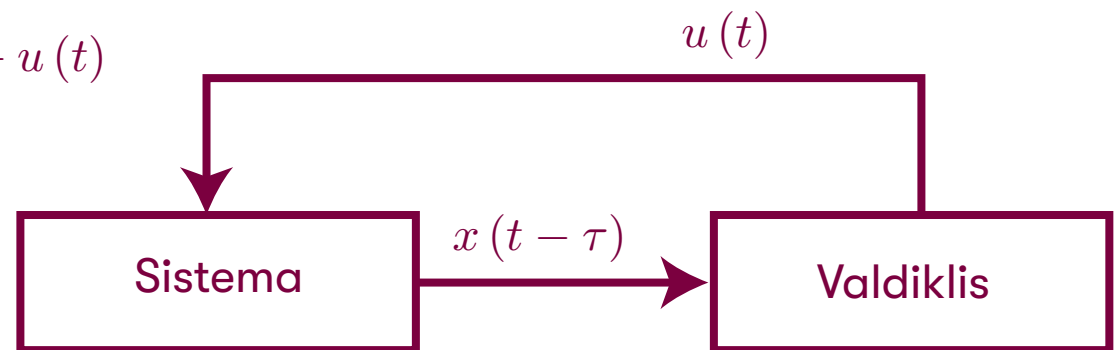
Apytikslus sprendinys:

$$x(t) = \frac{\sum_{j=0}^{+\infty} A_j \sin(j\omega t + \varphi_j)}{\gamma} + \mathcal{O}(\gamma^{-2})$$

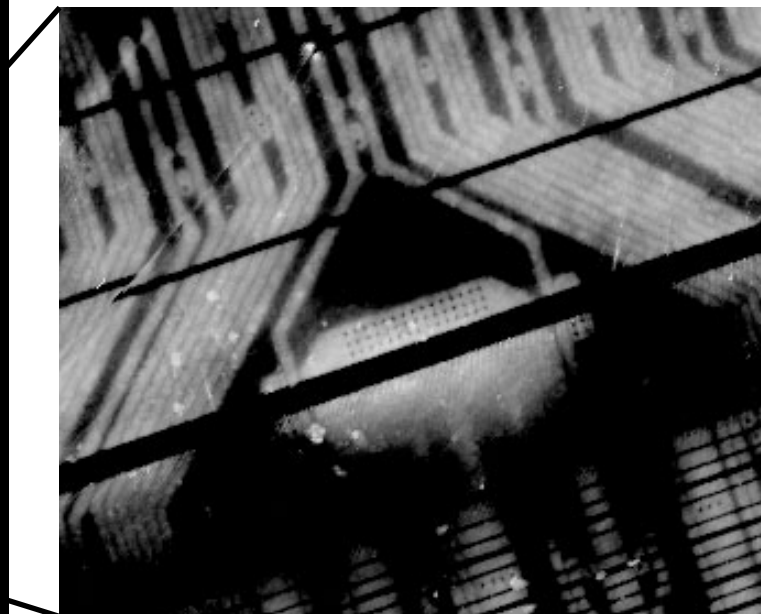
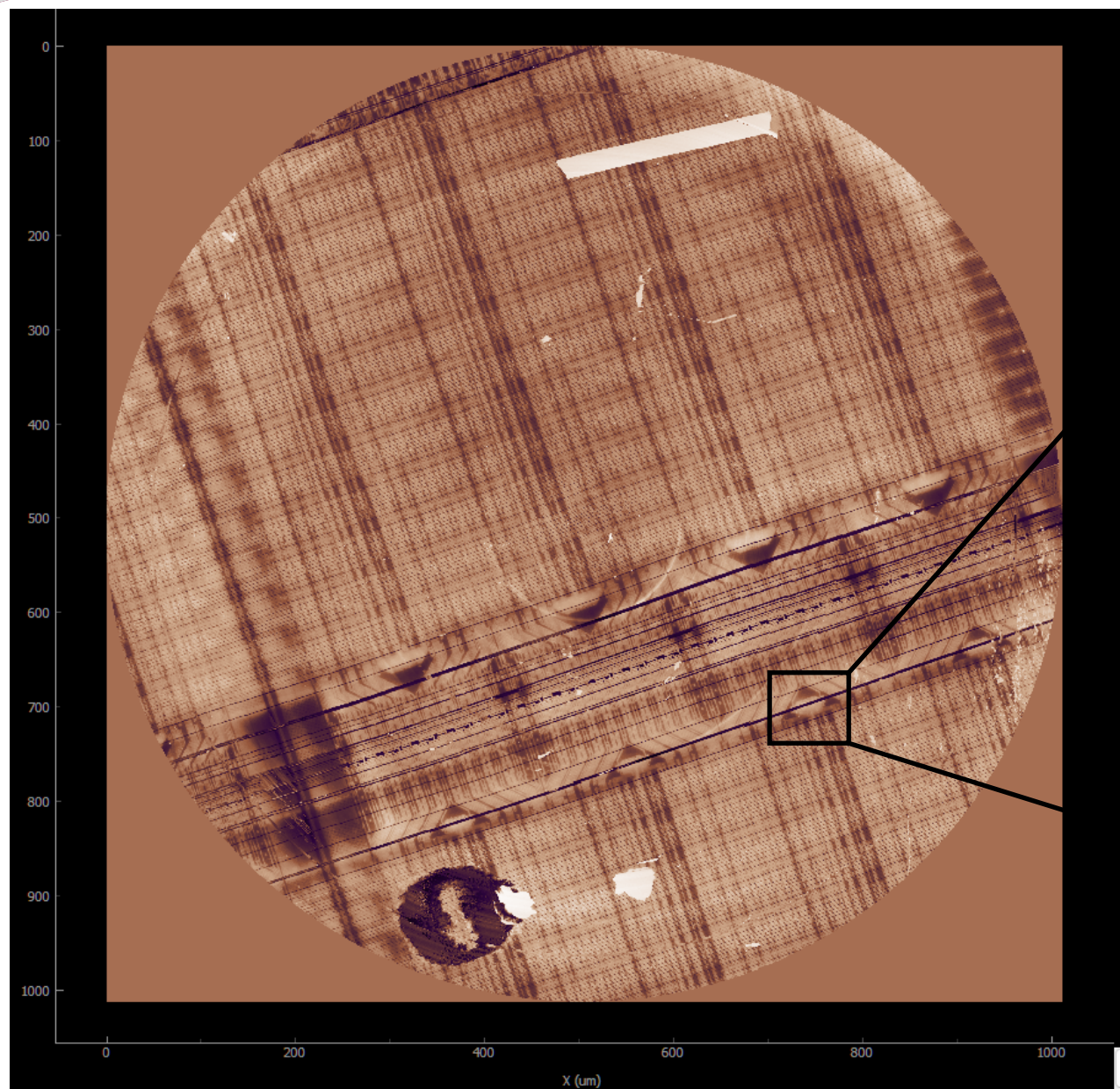
Sistema su valdymu:

$$\dot{x}(t) = -\gamma x(t) + \sum_{j=0}^{+\infty} A_j \sin(j\omega t + \varphi_j) + u(t)$$

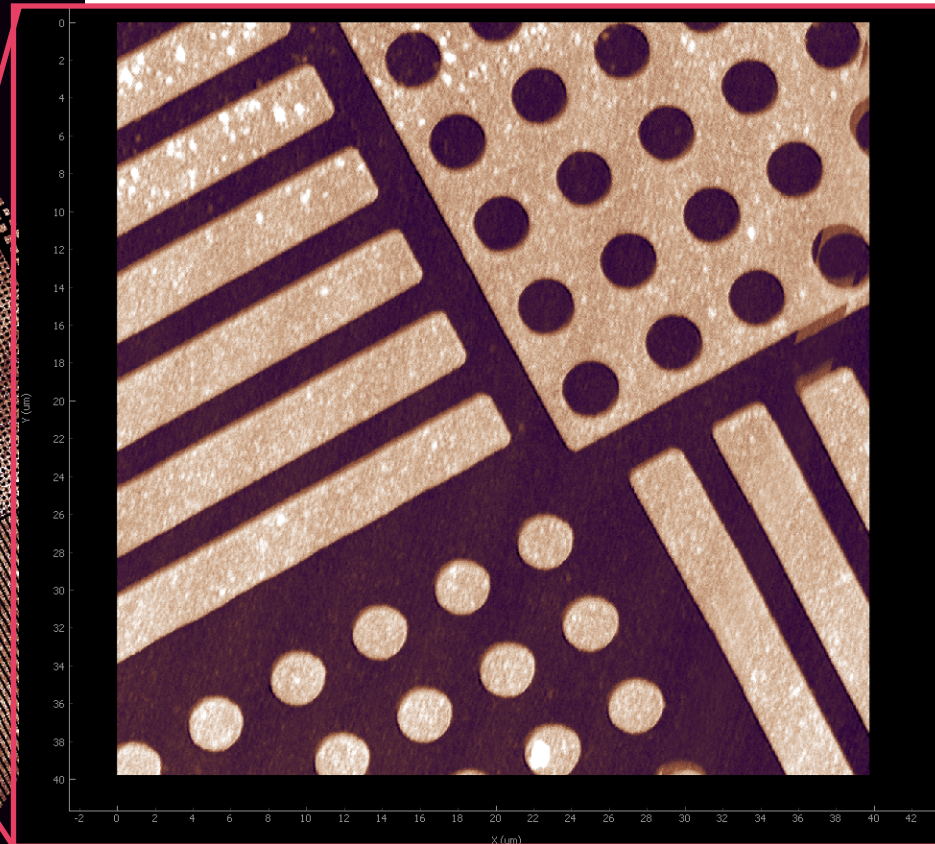
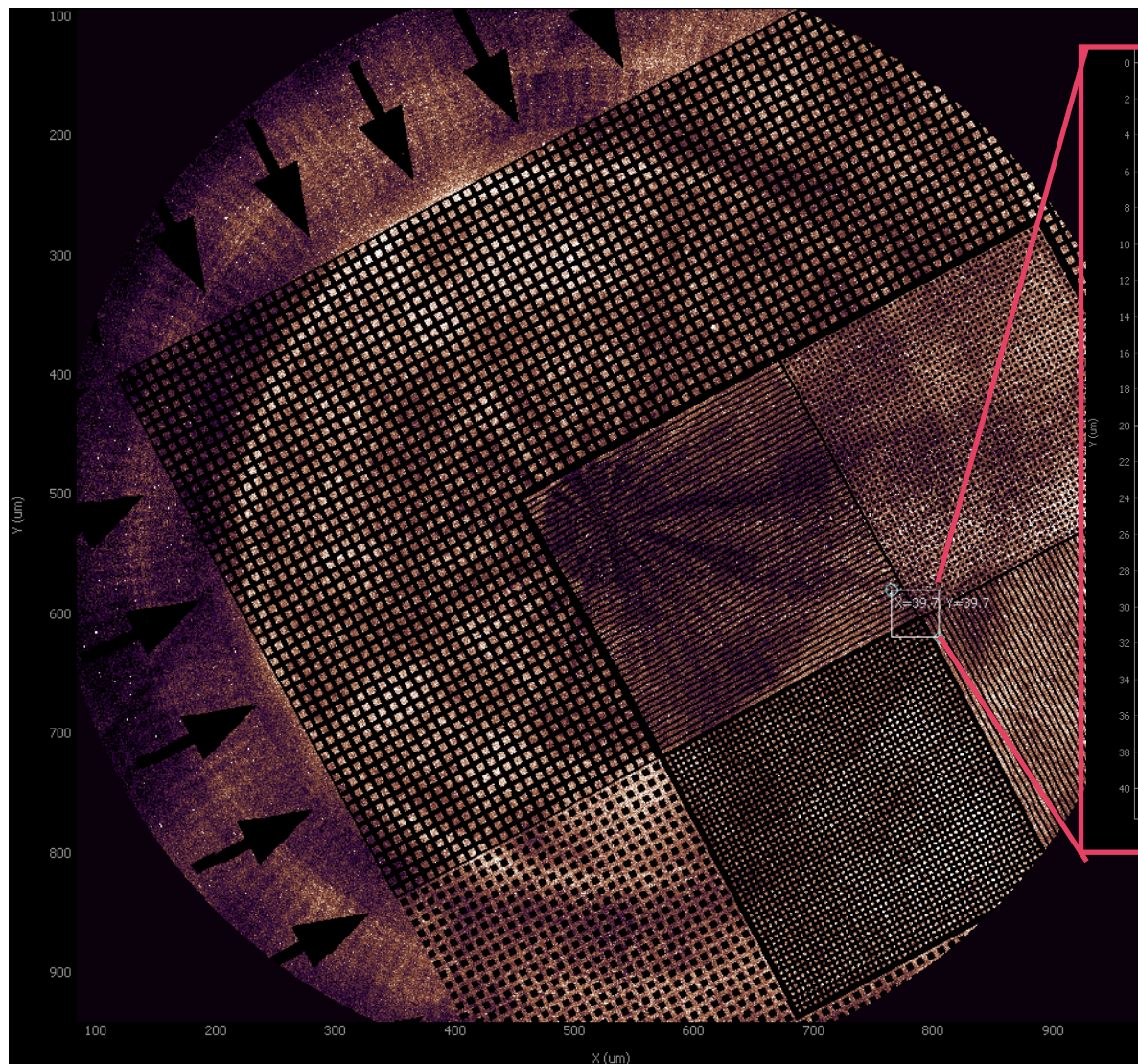
$$C(s) = \frac{-2\gamma \left(\frac{\alpha s + \beta \omega}{s^2 + \omega^2} \right)}{1 + \frac{\alpha}{s} + 2 \sum_{j=2}^N \frac{\alpha s + \beta \omega}{s^2 + j^2 \omega^2}}$$



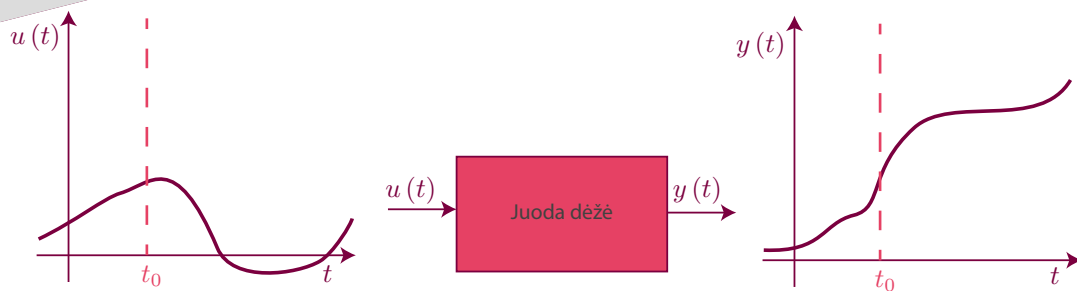
Skenuoto paviršiaus pavizdys (skersmuo 1 mm)



Kitas skenavimo pavizdys (skersmuo 1 mm)



Sistemos su įėjimo ir atsakos signalais



Priežastinė (causal) sistema

Sistemos būseną $\mathbf{x}(t_0)$ laiko momentu t_0 , kartu su įėjimo signalu $u(t)$, visiems $t \geq t_0$, yra minimalus informacijos kiekis reikalingas pilnai užduoti išėjimo signalą $y(t)$ visiems $t \geq t_0$.

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{x}(t_0) \\ u(t), t \geq t_0 \end{array} \right\} \rightarrow y(t), t \geq t_0$$

Tiesinės sistemos pasižymi savybę:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_1 \mathbf{x}_1(t_0) + \alpha_2 \mathbf{x}_2(t_0) \\ \alpha_1 u_1(t) + \alpha_2 u_2(t), t \geq t_0 \end{array} \right\} \rightarrow \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t), t \geq t_0$$

$$\text{Atsakas dėl } \left. \begin{array}{l} \mathbf{x}(t_0) \\ u(t), t \geq t_0 \end{array} \right\} = \text{atsakas dėl } \left. \begin{array}{l} \mathbf{x}(t_0) \\ u(t) = 0, t \geq t_0 \end{array} \right\} + \text{atsakas dėl } \left. \begin{array}{l} \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{0} \\ u(t), t \geq t_0 \end{array} \right\}$$

Panagrinėkime nulinės būsenos atsaką, $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{0}$:

$$\delta_{\Delta}(t - t_i) \rightarrow g_{\Delta}(t, t_i)$$

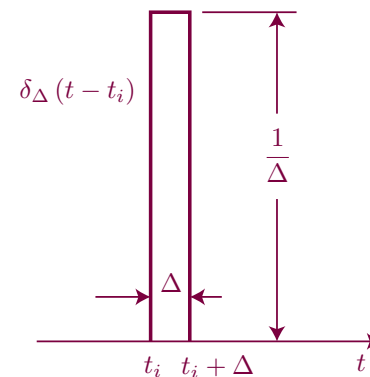
$$\delta_{\Delta}(t - t_i) u(t_i) \Delta \rightarrow g_{\Delta}(t, t_i) u(t_i) \Delta$$

$$\sum_i \delta_{\Delta}(t - t_i) u(t_i) \Delta \rightarrow \sum_i g_{\Delta}(t, t_i) u(t_i) \Delta$$

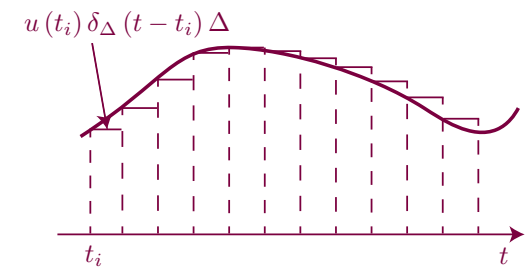
Artinam Δ į nulį, sumas keičiame integralais:

$$y(t) = \int_{t_0}^t g(t, \tau) u(\tau) d\tau$$

priežastingumas $\Leftrightarrow g(t, \tau) = 0, \quad t < \tau$



$$u(t) \approx \sum_i u(t_i) \delta_{\Delta}(t - t_i) \Delta$$



Tiesinė laiko invariantinė (LTI) sistema

Tiesinė sistema yra vadinama laiko invariantinė sistema, jei bet kuriai pradinei būsenai bei įėjimo-išėjimo porai

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ u(t), t \geq t_0 \end{array} \right\} \rightarrow y(t), t \geq t_0 \quad \text{bei bet kuriam } T \text{ turime} \quad \left. \begin{array}{l} \mathbf{x}(t_0 + T) = \mathbf{x}_0 \\ u(t - T), t \geq t_0 + T \end{array} \right\} \rightarrow y(t - T), t \geq t_0 + T$$

Nulinės pradinės būsenos atsako (Green'o) funkcijai, dėl laiko invariantiškumo, turėsime:

$$g(t, \tau) = g(t + T, \tau + T) = g(t - \tau, 0) \equiv g(t - \tau)$$

Išėjimo signalas atkuriamas iš įėjimo signalo per konvoliucinį integralą:

$$y(t) = \int_0^t g(t - \tau) u(\tau) d\tau = \int_0^t g(\tau) u(t - \tau) d\tau \quad \text{priežastingumas} \Leftrightarrow g(t) = 0, t < 0$$

Signalų Laplaso transformacija (perėjimas iš laikinio į dažninį domeną):

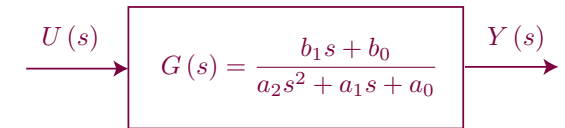
$$Y(s) = \int_0^{+\infty} y(t) e^{-st} dt$$

$$\begin{aligned} Y(s) &= \int_{t=0}^{+\infty} \left[\int_{\tau=0}^{+\infty} g(t - \tau) u(\tau) d\tau \right] e^{-s(t-\tau)} e^{-s\tau} dt = \int_{\tau=0}^{+\infty} \left[\int_{t=0}^{+\infty} g(t - \tau) e^{-s(t-\tau)} dt \right] u(\tau) e^{-s\tau} d\tau = \\ &= \left[\int_{v=-\tau}^{+\infty} g(v) e^{-sv} dv \right] \left[\int_{\tau=0}^{+\infty} u(\tau) e^{-s\tau} d\tau \right] = \left[\int_{v=0}^{+\infty} g(v) e^{-sv} dv \right] \left[\int_{\tau=0}^{+\infty} u(\tau) e^{-s\tau} d\tau \right] = G(s) U(s) \end{aligned}$$

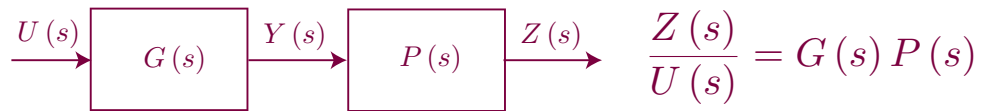
LTI sistemų kombinacijos irgi yra LTI sistema

Perdavimo funkcijos pavyzdys (kol kas viena LTI sistema):

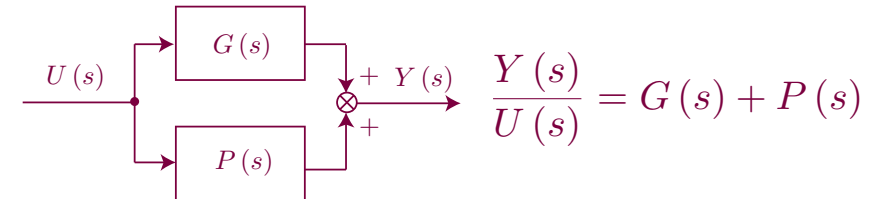
$$a_2 \ddot{y}(t) + a_1 \dot{y}(t) + a_0 y(t) = b_1 \dot{u}(t) + b_0 u(t)$$



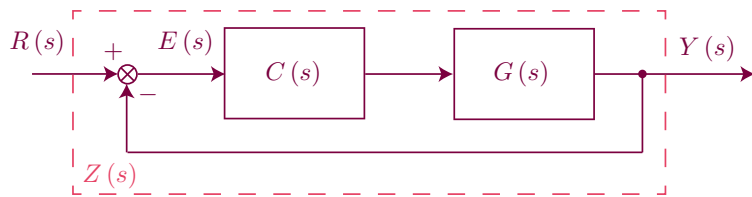
LTI sistemų nuoseklus jungimas:



LTI sistemų lygiagretus jungimas:



LTI sistema su valdikliu ir grįžtamojo ryšiu:



$$E(s) = R(s) - Y(s)$$

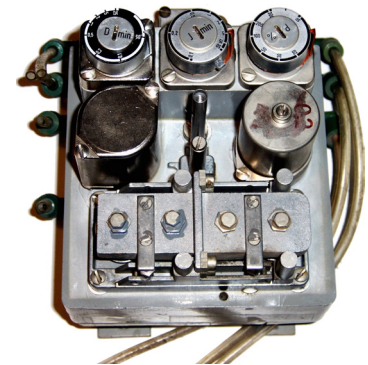
$$Y(s) = E(s) C(s) G(s)$$

$$Z(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{Y(s)}{E(s) + Y(s)} = \frac{Y(s)}{\frac{Y(s)}{C(s)G(s)} + Y(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}$$

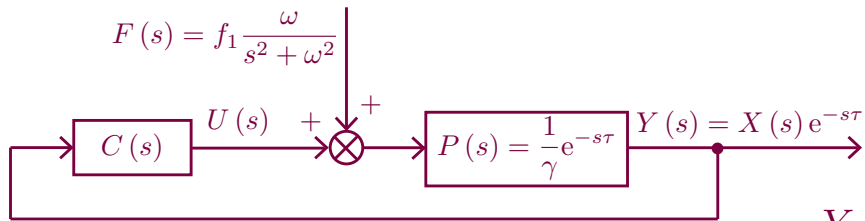
Kokias sąvokas turi turėti valdiklio perdavimo funkcija $C(s)$?

$$\frac{1}{s} Z(s) = \frac{A_0}{s} + \frac{A_1}{s - s_1} + \frac{A_2}{s - s_2} + \dots \Rightarrow A_0 = \frac{C(0)G(0)}{1 + C(0)G(0)} \Rightarrow C(0) \rightarrow \infty$$

Standartinio PID valdiklio perdavimo funkcija $C(s) = K_I \frac{1}{s} + K_P + K_D \frac{s}{1 + \Delta T s}$



Pirmos harmonikos išeliminavimas (1 harmonikos atvejis)



$$[U(s) + F(s)] P(s) = Y(s) \quad \Rightarrow \quad Y(s) = F(s) \frac{P(s)}{1 - C(s) P(s)}$$

$$Y(s) C(s) = U(s)$$

$$Y(\pm i\omega) = \frac{F_N(\pm i\omega)}{0} \frac{C_D(\pm i\omega) P(\pm i\omega)}{C_D(\pm i\omega) - C_N(\pm i\omega) P(\pm i\omega)} \Rightarrow C_D(\pm i\omega) = 0$$

**Būtina sąlyga
valdikliui: poliai
taškuose $s = \pm i\omega$**

Valdiklio perdavimo funkcija: $C(s) = K \frac{\alpha_1 s - \omega \beta_1}{s^2 + \omega^2}$

Valdoma sistema (uždaros kilpos grandinė) laikiniame domene:

$$\gamma x(t) = f(\omega t) + u(t)$$

$$\dot{a}_1(t) = -\omega b_1(t) + \alpha_1 x(t - \tau)$$

$$\dot{b}_1(t) = \omega a_1(t) + \beta_1 x(t - \tau)$$

$$u(t) = K a_1(t)$$

$\Rightarrow$

$$x(t) = 0$$

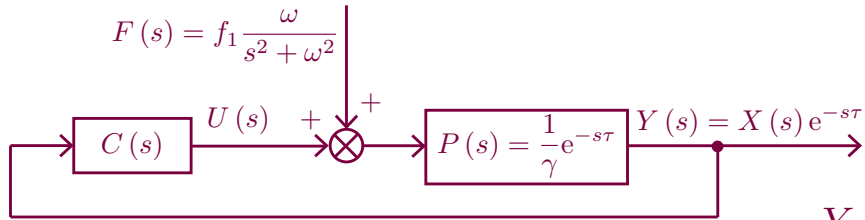
$$f(\omega t) = f_1 \sin(\omega t)$$

$$a_1(t) = -\frac{f_1}{K} \sin(\omega t)$$

$$b_1(t) = \frac{f_1}{K} \cos(\omega t)$$

**Sistemoje su valdymu
egzistuoja mūsų
pageidaujamas sprendinys!**

Pirmos harmonikos išeliminavimas (1 harmonikos atvejis)



$$[U(s) + F(s)] P(s) = Y(s) \quad \Rightarrow \quad Y(s) = F(s) \frac{P(s)}{1 - C(s)P(s)}$$

$$Y(s)C(s) = U(s)$$

$$Y(\pm i\omega) = \frac{F_N(\pm i\omega)}{0} \frac{C_D(\pm i\omega) P(\pm i\omega)}{C_D(\pm i\omega) - C_N(\pm i\omega) P(\pm i\omega)} \Rightarrow C_D(\pm i\omega) = 0$$

**Būtina sąlyga
valdikliui: poliai
taškuose $s = \pm i\omega$**

Valdiklio perdavimo funkcija: $C(s) = K \frac{\alpha_1 s - \omega \beta_1}{s^2 + \omega^2}$

Valdoma sistema (uždaros kilpos grandinė) laikiniame domene:

$$\gamma x(t) = f(\omega t) + u(t)$$

$$\dot{a}_1(t) = -\omega b_1(t) + \alpha_1 x(t - \tau)$$

$$\dot{b}_1(t) = \omega a_1(t) + \beta_1 x(t - \tau)$$

$$u(t) = K a_1(t)$$

$\Rightarrow$

$$x(t) = 0$$

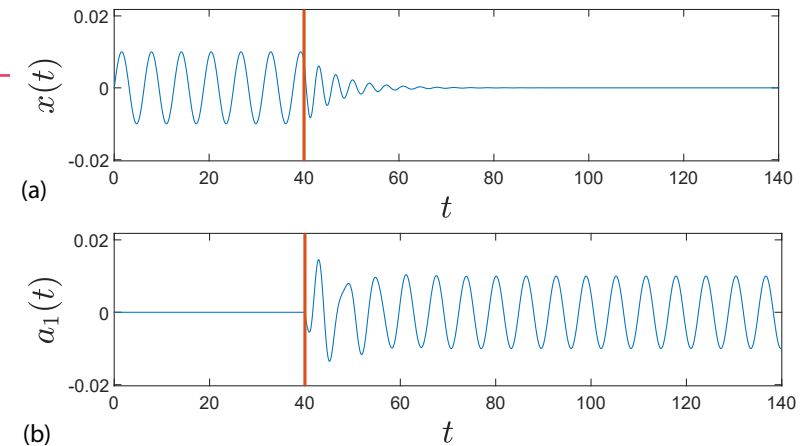
$$f(\omega t) = f_1 \sin(\omega t)$$

$$a_1(t) = -\frac{f_1}{K} \sin(\omega t)$$

$$b_1(t) = \frac{f_1}{K} \cos(\omega t)$$

**Sistemoje su valdymu
egzistuoja mūsų
pageidaujamas sprendinys!**

Skaitmeninė sistemos su valdiklių realizacija,
kai delsa $\tau/T = 0,15$



Sprendinio stabilumas (1 harmonikos atvejis)

Mūsų sprendinio stabilumą nusako išraiškos $1 - C(s)P(s)$ nulių kiekis $\Re[s] > 0$ pusplokštumėje.

Transcendentinė lygtis nuliams rasti

$$\exp\left[2\pi\frac{\tau}{T}\frac{s}{\omega}\right]\left[\left(\frac{s}{\omega}\right)^2 + 1\right] - \frac{K}{\gamma}\left[\frac{s}{\omega}\bar{\alpha}_1 - \bar{\beta}_1\right] = 0$$

Prie nulinės delsos turime

$$\bar{\alpha}_1 < 0$$

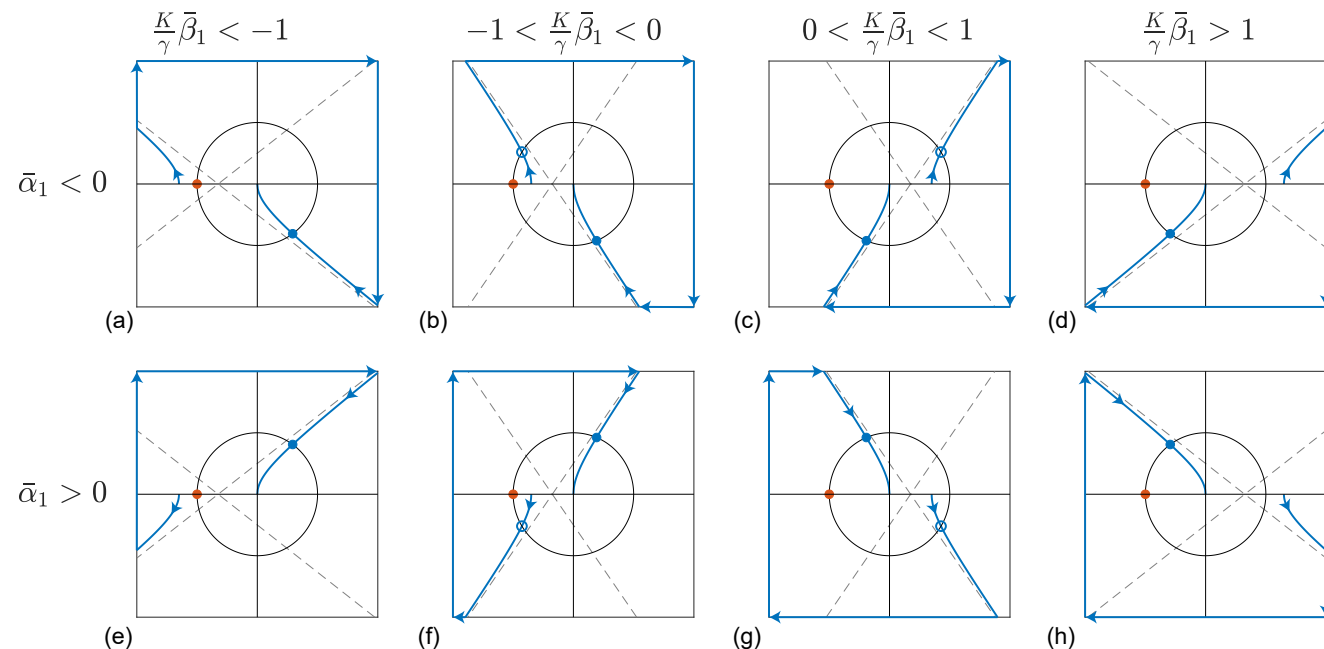
$$\frac{K}{\gamma}\bar{\beta}_1 > -1$$

Nyquist'o stabilumo kriterijus sistemos be delsos: $G_0(i\Omega) = -C(i\Omega)P_0(i\Omega) = \frac{K}{\gamma} \frac{\bar{\beta}_1 - i\frac{\Omega}{\omega}\bar{\alpha}_1}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}$

$$\mathcal{X}(\Omega) = \frac{\Re[G_0(i\Omega)]}{\bar{\beta}_1} - \frac{1}{2} \frac{K}{\gamma} = \frac{1}{2} \frac{K}{\gamma} \frac{1 + \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2} \Rightarrow \mathcal{X}^2(\Omega) - \mathcal{Y}^2(\Omega) = \left(\frac{K}{2\gamma}\right)^2$$

Nyquist'o kontūrai yra hiperbolės formos!

$$\mathcal{Y}(\Omega) = -\frac{\Im[G_0(i\Omega)]}{\bar{\alpha}_1} = \frac{K}{\gamma} \frac{\frac{\Omega}{\omega}}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}$$



Sprendinio stabilumas (1 harmonikos atvejis)

Mūsų sprendinio stabilumą nusako išraiškos $1 - C(s)P(s)$ nulių kiekis $\Re[s] > 0$ pusplokštumėje.

Transcendentinė lygtis nuliams rasti

$$\exp\left[2\pi\frac{\tau}{T}\frac{s}{\omega}\right]\left[\left(\frac{s}{\omega}\right)^2 + 1\right] - \frac{K}{\gamma}\left[\frac{s}{\omega}\bar{\alpha}_1 - \bar{\beta}_1\right] = 0$$

Prie nulinės delsos turime

$$\bar{\alpha}_1 < 0$$

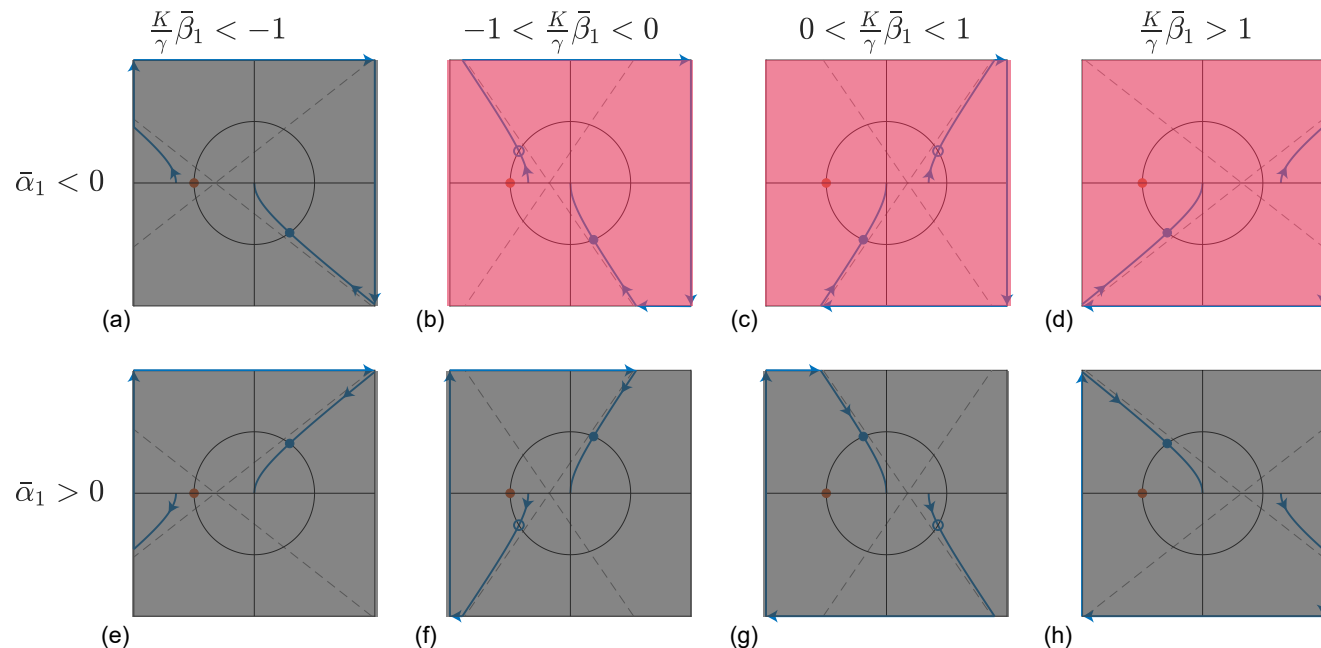
$$\frac{K}{\gamma}\bar{\beta}_1 > -1$$

Nyquist'o stabilumo kriterijus sistemos be delsos: $G_0(i\Omega) = -C(i\Omega)P_0(i\Omega) = \frac{K}{\gamma} \frac{\bar{\beta}_1 - i\frac{\Omega}{\omega}\bar{\alpha}_1}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}$

$$\mathcal{X}(\Omega) = \frac{\Re[G_0(i\Omega)]}{\bar{\beta}_1} - \frac{1}{2} \frac{K}{\gamma} = \frac{1}{2} \frac{K}{\gamma} \frac{1 + \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2} \Rightarrow \mathcal{X}^2(\Omega) - \mathcal{Y}^2(\Omega) = \left(\frac{K}{2\gamma}\right)^2$$

Nyquist'o kontūrai yra hiperbolės formos!

$$\mathcal{Y}(\Omega) = -\frac{\Im[G_0(i\Omega)]}{\bar{\alpha}_1} = \frac{K}{\gamma} \frac{\frac{\Omega}{\omega}}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}$$



Sprendinio stabilumas (1 harmonikos atvejis)

Mūsų sprendinio stabilumą nusako išraiškos $1 - C(s)P(s)$ nulių kiekis $\Re[s] > 0$ pusplokštumėje.

Transcendentinė lygtis nuliams rasti

$$\exp\left[2\pi\frac{\tau}{T}\frac{s}{\omega}\right]\left[\left(\frac{s}{\omega}\right)^2 + 1\right] - \frac{K}{\gamma}\left[\frac{s}{\omega}\bar{\alpha}_1 - \bar{\beta}_1\right] = 0$$

Prie nulinės delsos turime

$$\bar{\alpha}_1 < 0$$

$$\frac{K}{\gamma}\bar{\beta}_1 > -1$$

Nyquist'o stabilumo kriterijus sistemos be delsos: $G_0(i\Omega) = -C(i\Omega)P_0(i\Omega) = \frac{K}{\gamma} \frac{\bar{\beta}_1 - i\frac{\Omega}{\omega}\bar{\alpha}_1}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}$

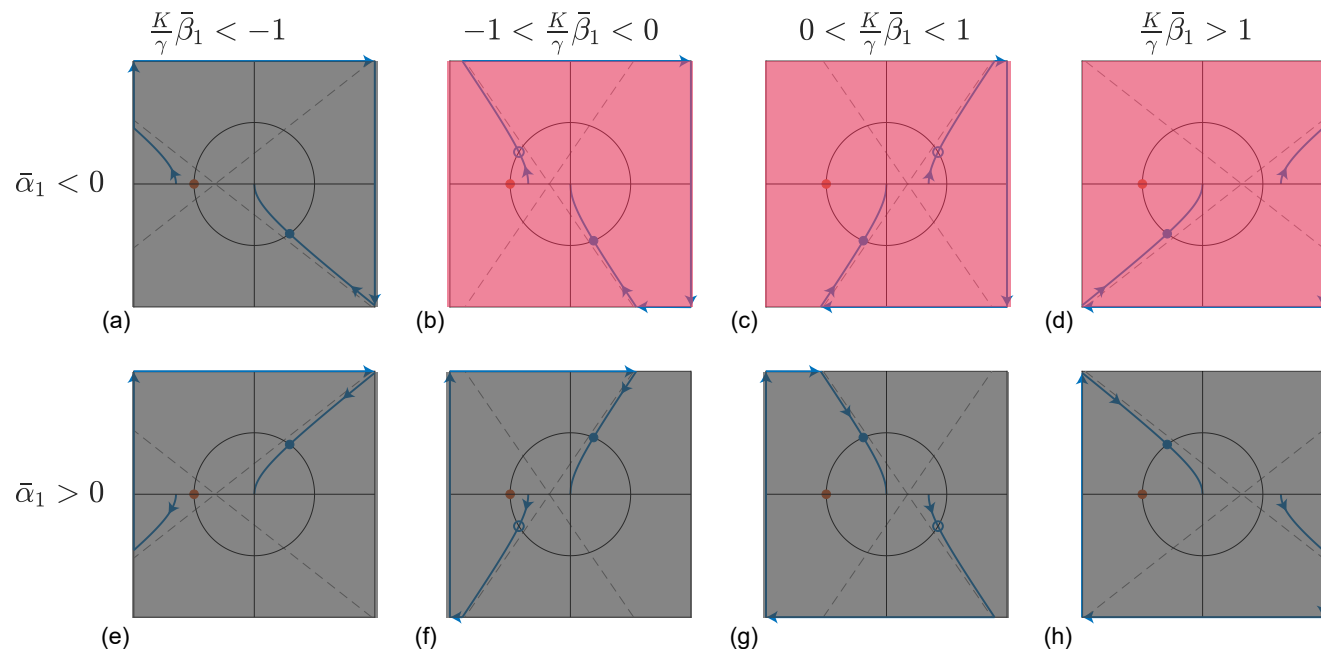
$$\mathcal{X}(\Omega) = \frac{\Re[G_0(i\Omega)]}{\bar{\beta}_1} - \frac{1}{2} \frac{K}{\gamma} = \frac{1}{2} \frac{K}{\gamma} \frac{1 + \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2} \Rightarrow \mathcal{X}^2(\Omega) - \mathcal{Y}^2(\Omega) = \left(\frac{K}{2\gamma}\right)^2$$

Nyquist'o kontūrai yra hiperbolės formos!

$$\mathcal{Y}(\Omega) = -\frac{\Im[G_0(i\Omega)]}{\bar{\alpha}_1} = \frac{K}{\gamma} \frac{\frac{\Omega}{\omega}}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}$$

Tsytkin'o stabilumo kriterijus sistemos su delsa:

$$G(i\Omega) = G_0(i\Omega) \exp\left[i2\pi\frac{\tau}{T}\frac{\Omega}{\omega}\right]$$



Sprendinio stabilumas (1 harmonikos atvejis)

Mūsų sprendinio stabilumą nusako išraiškos $1 - C(s)P(s)$ nulių kiekis $\Re[s] > 0$ pusplokštumėje.

Transcendentinė lygtis nuliams rasti

$$\exp\left[2\pi\frac{\tau}{T}\frac{s}{\omega}\right]\left[\left(\frac{s}{\omega}\right)^2 + 1\right] - \frac{K}{\gamma}\left[\frac{s}{\omega}\bar{\alpha}_1 - \bar{\beta}_1\right] = 0$$

Prie nulinės delsos turime

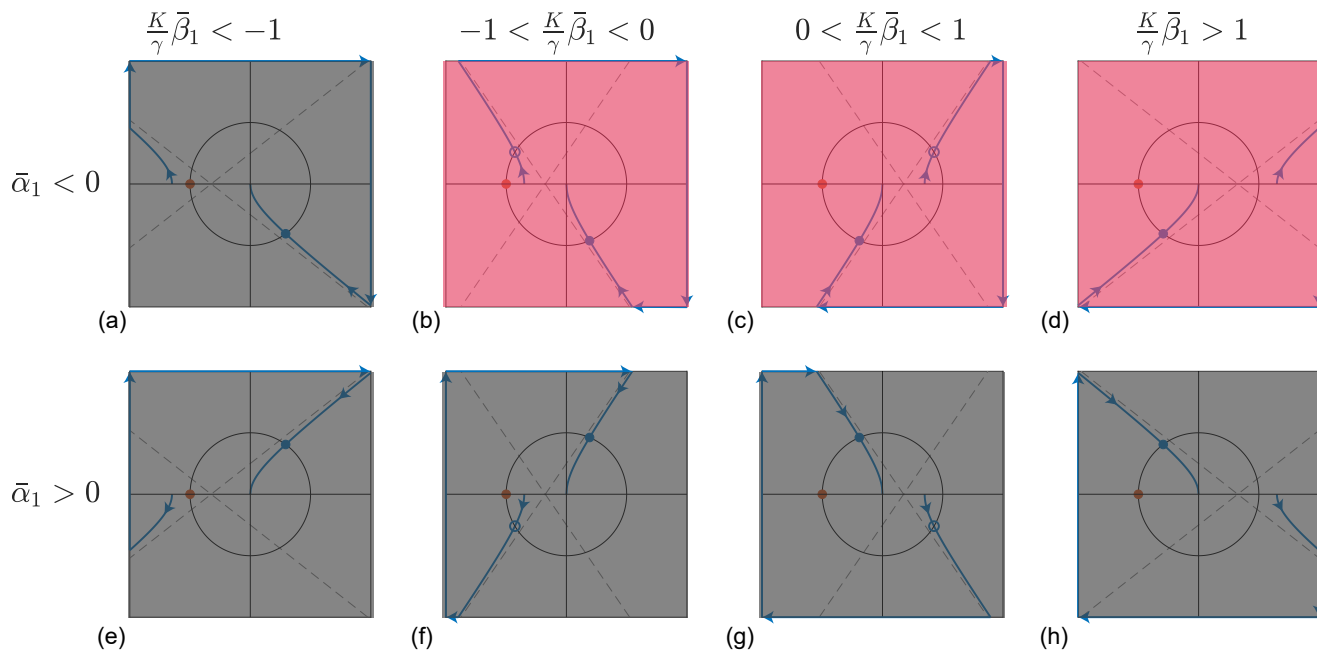
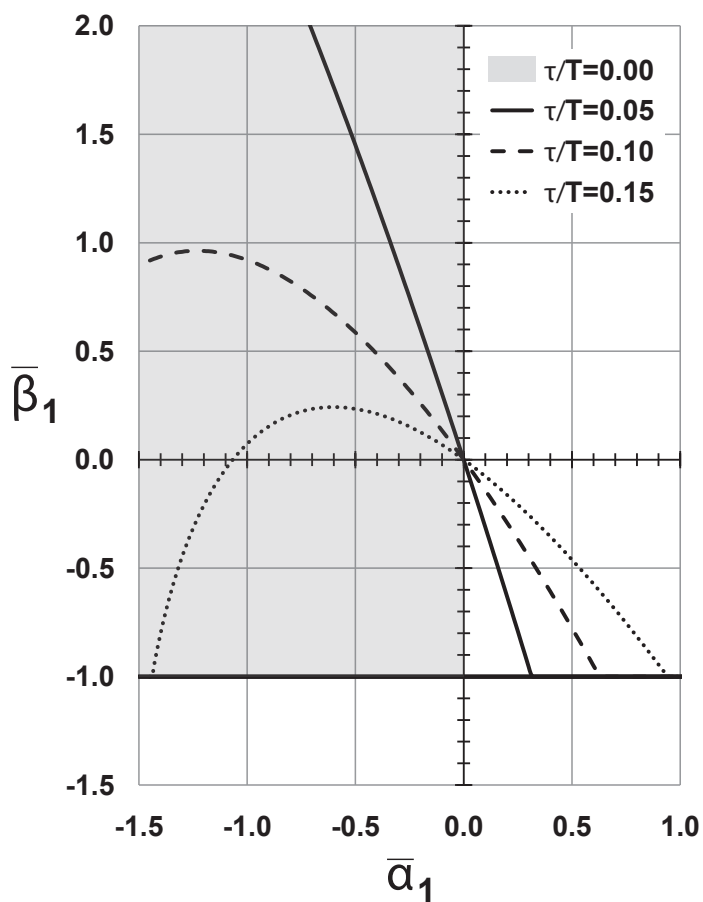
$$\bar{\alpha}_1 < 0$$

$$\frac{K}{\gamma}\bar{\beta}_1 > -1$$

stemos be delsos: $G_0(i\Omega) = -C(i\Omega)P_0(i\Omega) = \frac{K}{\gamma} \frac{\bar{\beta}_1 - i\frac{\Omega}{\omega}\bar{\alpha}_1}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}$

$$\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2 \Rightarrow \mathcal{X}^2(\Omega) - \mathcal{Y}^2(\Omega) = \left(\frac{K}{2\gamma}\right)^2$$

Nyquist'o kontūrai yra hiperbolės formos!



Pirmos harmonikos išeliminavimas (daugelių harmonikų atvejis)

$$Y(s) = F(s) \frac{P(s)}{1 - C(s)P(s)}$$

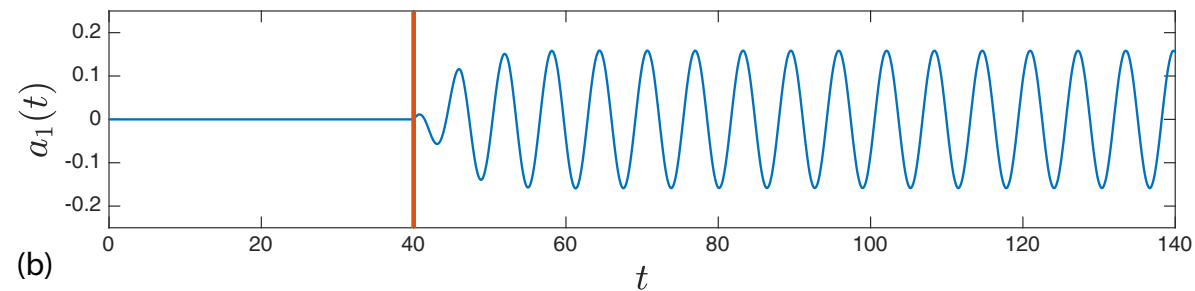
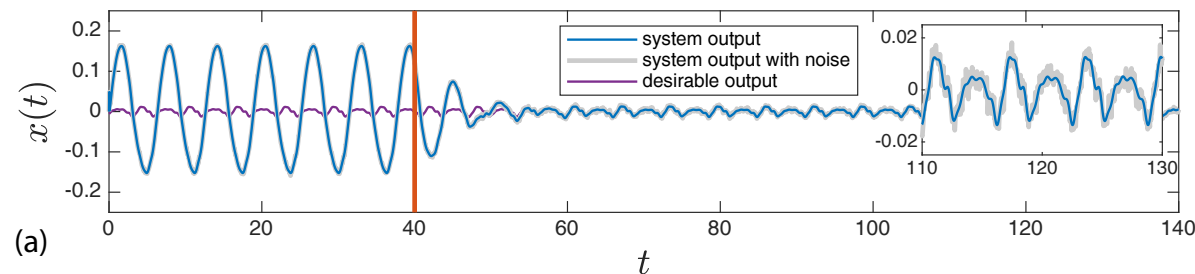
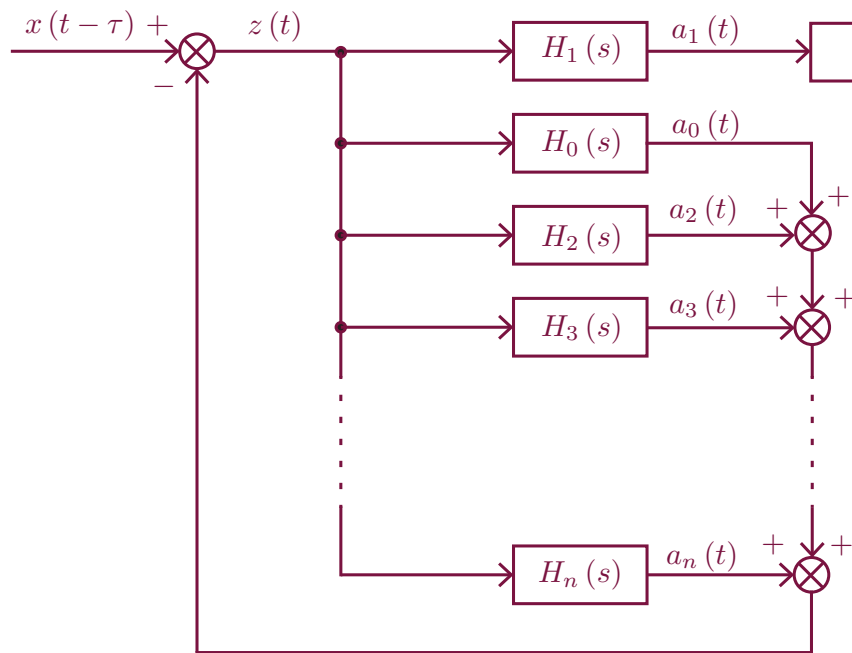
Mes norime, kad $Y(\pm ik\omega) = F(\pm ik\omega)P(\pm ik\omega)$ visiems $k \in \{0, 2, 3, 4, \dots\}$
bei $Y(\pm i\omega) \neq \infty$

$$Y(\pm i\omega) = F(\pm i\omega) \frac{C_D(\pm i\omega)P(\pm i\omega)}{C_D(\pm i\omega) - C_N(\pm i\omega)P(\pm i\omega)}$$

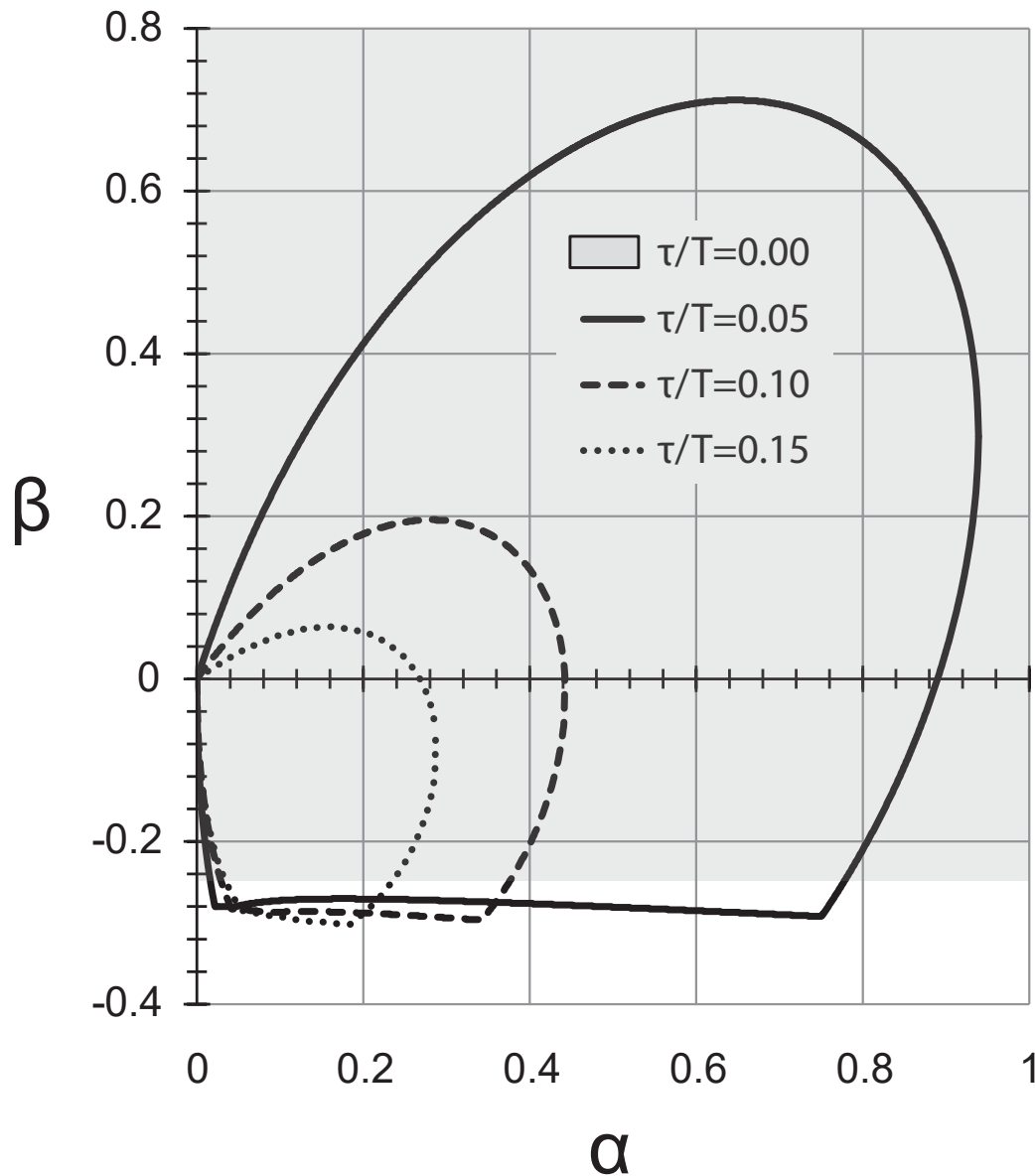
$$C_N(\pm ik\omega) = 0, k \in \{0, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$C_D(\pm i\omega) = 0$$

Mūsų pasiūlyta perdavimo funkcija: $C(s) = 2K \left(\frac{\alpha s + \beta\omega}{s^2 + \omega^2} \right) \left\{ 1 + \frac{\alpha}{s} + 2 \sum_{j=2}^N \frac{\alpha s + \beta\omega}{s^2 + j^2\omega^2} \right\}^{-1}$



Sprendinio stabilumas bei valdiklio versija begalinių harmonikų atveju



Perdavimo funkcija begaliniam harmonikų kiekiui:

$$C(s) = 2K (\alpha s + \beta \omega) s^2 [1 - e^{-Ts}] \times \left\{ s^4 \left(1 + \frac{\alpha \pi}{\omega} \right) \left[1 - \frac{\omega - \alpha \pi}{\omega + \alpha \pi} e^{-Ts} \right] + s^3 (\beta \pi - 2\alpha) \left[1 - \frac{2\alpha + \beta \pi}{2\alpha - \beta \pi} e^{-Ts} \right] + s^2 \omega (\omega - 3\beta + \alpha \pi) \left[1 - \frac{\omega - 3\beta - \alpha \pi}{\omega - 3\beta + \alpha \pi} e^{-Ts} \right] + s \beta \pi \omega^2 [1 + e^{-Ts}] - \beta \omega^3 [1 - e^{-Ts}] \right\}^{-1}$$

Nulinės delsos atvejui stabilumą pavyksta išvesti analitiškai:

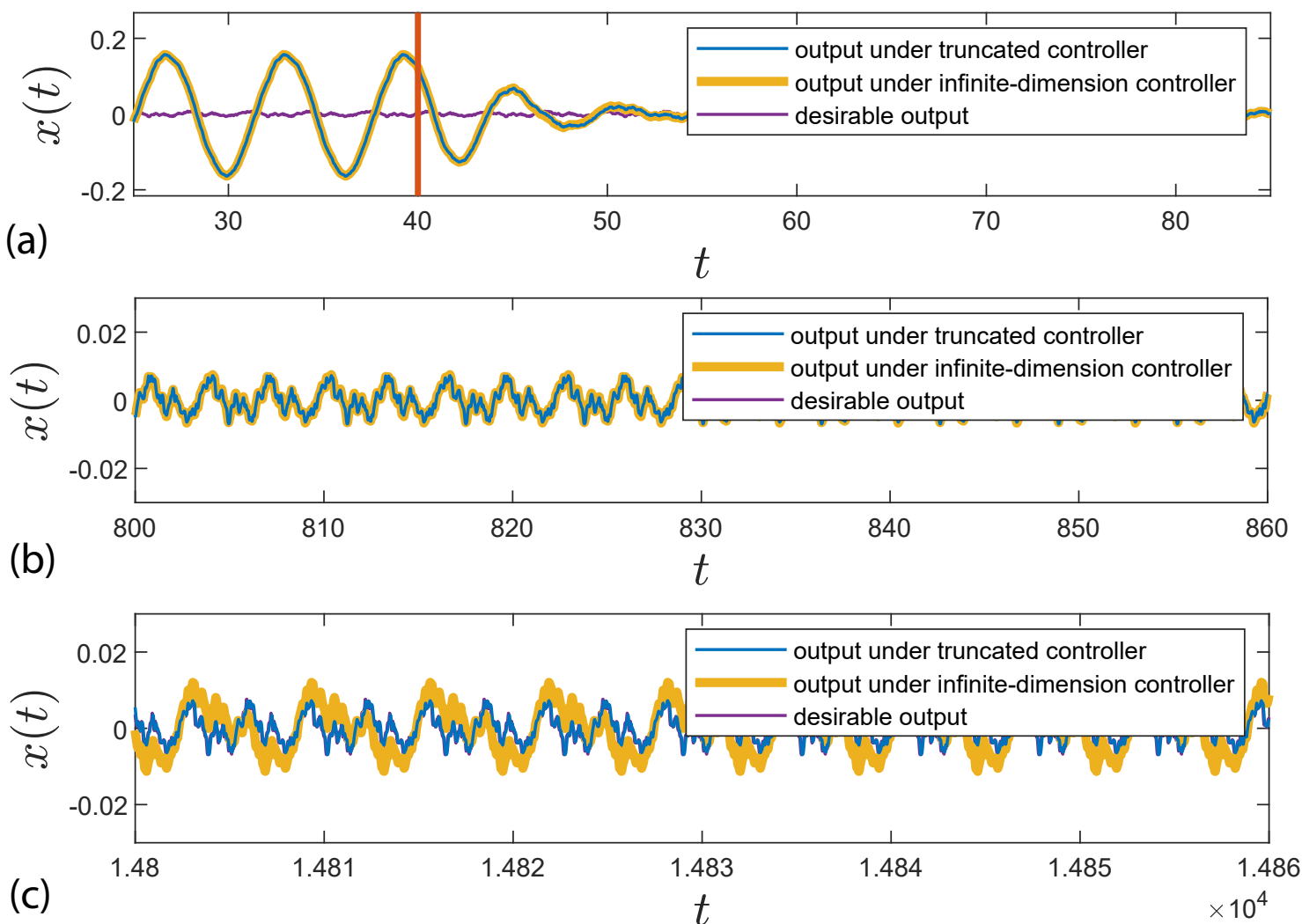
$$\alpha > 0$$

$$\frac{\beta}{\omega} > -\frac{1}{4}$$

Sprendinio stabilumas bei valdiklio versija begalinių harmonikų atveju



Perdavimo funkcija begaliniam harmonikų



$$\left[\begin{array}{l} 1 - e^{-Ts} \\ -\frac{\alpha\pi}{\omega - 3\beta + \alpha\pi} e^{-Ts} \\ -\frac{\beta\pi}{\omega - 3\beta + \alpha\pi} e^{-Ts} \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{l} \omega - 3\beta - \alpha\pi \\ \omega - 3\beta + \alpha\pi \end{array} \right] e^{-Ts} \cdot \left[1 - e^{-Ts} \right]^{-1}$$

į stabilumą pavyksta

Pabaiga



**Vilnius
University**